

Terapan Integral Riemann pada Pembuatan Jembatan Gantung Samiran

Latifatul Mammunah^{1*}, Yuliana Trisanti³

¹Teknik Sipil, Universitas Madura, Pamekasan, Indonesia

²Bisnis Digital, Universitas Madura, Pamekasan, Indonesia

*latifah@unira.ac.id

Abstrak

Pembangunan jembatan gantung merupakan salah satu bentuk konstruksi infrastruktur yang membutuhkan ketelitian dalam menentukan dimensi, panjang elemen struktur, distribusi beban, serta kebutuhan material. Dalam praktiknya, berbagai parameter konstruksi memiliki bentuk yang berubah secara kontinu sehingga pendekatan kalkulus integral dapat digunakan untuk memperoleh estimasi kuantitatif yang lebih akurat. Penelitian ini bertujuan menganalisis penerapan Integral Riemann dalam perhitungan matematis pada pembuatan Jembatan Gantung Samiran. Pendekatan penelitian menggunakan metode deskriptif kuantitatif dengan mengintegrasikan model matematis, data geometris konstruksi, serta konsep aproksimasi luas menggunakan jumlah Riemann. Integral Riemann diterapkan untuk menentukan panjang dan luas elemen konstruksi yang memiliki bentuk melengkung, khususnya profil kabel utama jembatan gantung. Model kabel diasumsikan mengikuti fungsi parabola berdasarkan pendekatan teoritis distribusi beban yang relatif seragam. Selanjutnya, panjang kurva dihitung melalui pendekatan integral dan dibandingkan dengan pendekatan diskret menggunakan jumlah Riemann. Hasil analisis menunjukkan bahwa Integral Riemann dapat digunakan sebagai pendekatan matematis untuk mengestimasi parameter geometris konstruksi secara sistematis. Penerapan konsep ini memberikan hubungan yang jelas antara matematika teoritis dan persoalan konstruksi nyata serta dapat digunakan sebagai model pembelajaran matematika kontekstual berbasis proyek. Penelitian ini memberikan kontribusi pada pengembangan penerapan kalkulus dalam bidang teknik konstruksi sekaligus memperlihatkan bahwa konsep Integral Riemann dapat digunakan untuk memodelkan objek nyata yang memiliki perubahan kontinu.

Kata kunci: *Integral Riemann*, Integral Tentu, Jembatan Gantung, Pemodelan Matematika, Konstruksi.

PENDAHULUAN

Pembangunan infrastruktur transportasi merupakan salah satu bagian penting dalam mendukung mobilitas masyarakat dan meningkatkan keterhubungan antardaerah. Jembatan memiliki fungsi strategis karena memungkinkan masyarakat melewati sungai, lembah, maupun wilayah dengan kondisi geografis yang sulit dijangkau melalui jalan konvensional. Salah satu bentuk jembatan yang banyak digunakan untuk menghubungkan wilayah dengan bentang tertentu adalah jembatan gantung. Struktur jembatan gantung mempunyai karakteristik yang berbeda dengan jembatan konvensional karena menggunakan kabel

sebagai elemen utama dalam menopang beban dan menyalurkannya ke struktur pendukung. Karakteristik geometris kabel yang melengkung menyebabkan perhitungan panjang, luas, dan kebutuhan material tidak selalu dapat dilakukan secara sederhana menggunakan hubungan geometri elementer.

Dalam konteks matematika terapan, konstruksi jembatan dapat dipandang sebagai objek nyata yang mempunyai hubungan erat dengan konsep fungsi, limit, turunan, integral, dan pemodelan matematis. Integral, khususnya Integral Riemann, menyediakan kerangka matematis untuk menghitung besaran yang terbentuk dari

akumulasi bagian-bagian kecil. Secara konseptual, suatu objek kontinu dapat dibagi menjadi sejumlah interval kecil, kemudian besaran pada setiap interval didekati dengan persegi panjang atau elemen sederhana lainnya. Ketika ukuran interval semakin kecil, hasil penjumlahan tersebut mendekati nilai integral sebenarnya. Konsep inilah yang menjadi dasar penting dalam penerapan kalkulus pada persoalan teknik dan konstruksi.

Penerapan Integral Riemann dalam konstruksi jembatan menjadi menarik karena kabel utama pada jembatan gantung tidak berbentuk garis lurus. Jika profil kabel dimodelkan sebagai fungsi tertentu, panjang kabel dapat ditentukan melalui pendekatan integral terhadap fungsi tersebut. Dengan demikian, Integral Riemann tidak hanya berfungsi sebagai konsep abstrak dalam pembelajaran matematika, tetapi dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan nyata yang berkaitan dengan estimasi material konstruksi. Pendekatan ini sekaligus menunjukkan bagaimana konsep matematika dapat digunakan untuk menjelaskan fenomena fisik yang dijumpai dalam kehidupan masyarakat.

Jembatan Gantung Samiran menjadi konteks yang relevan untuk mengembangkan kajian tersebut. Struktur jembatan gantung memiliki elemen kabel utama, kabel vertikal, lantai jembatan, dan elemen pendukung lainnya yang mempunyai hubungan geometris. Dalam penelitian ini, perhatian difokuskan pada pemodelan matematis elemen kabel utama. Profil kabel dimodelkan menggunakan fungsi kontinu sehingga proses perhitungan dapat dikaji menggunakan Integral Riemann. Pendekatan tersebut memungkinkan peneliti menjelaskan bagaimana proses diskritisasi suatu kurva dapat menghasilkan estimasi panjang atau luas yang semakin mendekati nilai sebenarnya ketika jumlah partisi diperbesar.

Permasalahan utama dalam penelitian ini adalah bagaimana konsep Integral Riemann dapat diterapkan untuk memodelkan dan menghitung parameter geometris pada pembuatan Jembatan Gantung Samiran. Pertanyaan penelitian yang dikembangkan meliputi: (1) bagaimana model matematis

profil kabel utama Jembatan Gantung Samiran; (2) bagaimana penerapan jumlah Riemann dalam mengestimasi besaran geometris kabel; (3) bagaimana hubungan antara jumlah partisi dengan tingkat ketelitian hasil pendekatan; dan (4) bagaimana penerapan Integral Riemann dapat digunakan sebagai pendekatan matematika terapan dalam konteks konstruksi jembatan.

Kebaruan penelitian ini terletak pada integrasi konsep Integral Riemann dengan konteks konstruksi Jembatan Gantung Samiran sebagai objek matematika terapan. Penelitian tentang integral pada umumnya berfokus pada persoalan luas daerah, volume benda putar, atau contoh aplikasi teknik yang bersifat generik. Penelitian ini mengembangkan pendekatan kontekstual dengan menjadikan geometri kabel jembatan sebagai objek pemodelan. Dengan demikian, Integral Riemann tidak hanya diposisikan sebagai prosedur komputasi, tetapi sebagai instrumen untuk menghubungkan representasi diskrit dan kontinu dalam permasalahan konstruksi.

Selain aspek kebaruan tersebut, terdapat kesenjangan antara pembelajaran kalkulus yang sering bersifat simbolik dengan kebutuhan untuk menunjukkan keterkaitan konsep matematika dengan fenomena nyata. Mahasiswa atau peserta didik sering kali memahami integral sebagai proses mencari antiturunan tanpa memahami makna integral sebagai proses akumulasi. Pemodelan kabel jembatan menggunakan jumlah Riemann dapat memperlihatkan secara konkret bahwa integral berasal dari penjumlahan bagian-bagian kecil yang semakin halus. Oleh sebab itu, penelitian ini tidak hanya mempunyai relevansi matematis, tetapi juga relevansi pedagogis dalam pengembangan pembelajaran matematika berbasis konteks dan pemodelan.

Tujuan penelitian ini adalah mengembangkan model penerapan Integral Riemann pada pembuatan Jembatan Gantung Samiran, khususnya dalam mengestimasi panjang profil kabel utama. Secara khusus, penelitian bertujuan memperoleh model fungsi yang merepresentasikan bentuk kabel, menghitung estimasi menggunakan jumlah

Riemann, menganalisis perubahan hasil berdasarkan jumlah partisi, serta menjelaskan relevansi model tersebut terhadap persoalan konstruksi. Hasil penelitian diharapkan memberikan kontribusi bagi pengembangan matematika terapan, pemodelan matematika, pendidikan matematika, dan pendekatan interdisipliner antara matematika dan teknik sipil.

METODE

Penelitian ini menggunakan pendekatan deskriptif kuantitatif berbasis pemodelan matematika. Pendekatan kuantitatif digunakan untuk melakukan proses pengukuran, pemodelan fungsi, perhitungan jumlah Riemann, serta analisis nilai integral. Sementara itu, pendekatan deskriptif digunakan untuk menjelaskan keterkaitan antara model matematis dengan karakteristik konstruksi Jembatan Gantung Samiran. Penelitian tidak dimaksudkan untuk menggantikan analisis struktur teknik sipil yang bersifat menyeluruh, tetapi difokuskan pada penerapan konsep Integral Riemann terhadap parameter geometris konstruksi.

Objek penelitian adalah elemen geometris Jembatan Gantung Samiran, dengan fokus utama pada kabel utama yang mempunyai bentuk melengkung. Data geometris yang digunakan dalam model meliputi panjang bentang, tinggi lendutan kabel, posisi titik terendah kabel, dan parameter lain yang diperlukan dalam pembentukan fungsi. Untuk publikasi empiris, seluruh parameter tersebut harus diisi berdasarkan hasil pengukuran lapangan atau dokumen teknis resmi Jembatan Gantung Samiran. Dalam naskah ini, parameter simbolik digunakan terlebih dahulu agar model dapat disesuaikan dengan data aktual tanpa menghasilkan data lapangan yang tidak terverifikasi.

Secara matematis, profil kabel utama dapat didekati menggunakan fungsi parabola. Misalkan panjang bentang horizontal jembatan adalah (L), sedangkan lendutan maksimum kabel dari titik tumpuan menuju titik tengah adalah (f). Dengan menetapkan titik tengah bentang sebagai ($x=0$), salah satu model sederhana profil kabel dapat dituliskan sebagai:

$$[y = ax^2]$$

dengan (a) merupakan parameter kelengkungan kabel. Apabila titik ujung kabel berada pada ketinggian (f) dari titik tengah, maka parameter (a) dapat diperoleh dari hubungan:

$$[f = (a^2)]$$

sehingga:

$$[a = 1]$$

Model tersebut menghasilkan fungsi:

$$[y = x^2]$$

Model parabola tersebut digunakan sebagai model matematis idealisasi. Dalam konstruksi aktual, bentuk kabel dapat dipengaruhi oleh distribusi beban, berat kabel, kondisi tumpuan, kekakuan elemen, serta konfigurasi struktur. Oleh karena itu, hasil model matematis harus dipahami sebagai pendekatan geometris dan tidak boleh digunakan secara langsung sebagai dasar keputusan keselamatan konstruksi tanpa analisis struktur profesional.

Penerapan Integral Riemann dilakukan dengan membagi interval $[-1,1]$ menjadi (n) subinterval. Lebar setiap subinterval adalah:

$$[x = 1]$$

Jika titik sampel kanan digunakan, maka pendekatan integral terhadap fungsi ($f(x)$) dinyatakan sebagai:

$$[\sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x]$$

Ketika (n) semakin besar, ukuran setiap subinterval semakin kecil sehingga jumlah Riemann semakin mendekati nilai integral:

$$[\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x = \int_a^b f(x) dx]$$

Untuk menentukan panjang kabel, digunakan konsep panjang busur. Jika profil kabel dinyatakan sebagai ($y=f(x)$), maka panjang kurva dari ($x=a$) sampai ($x=b$) dapat dituliskan:

$$[S = \int_a^b \sqrt{1+(f'(x))^2} dx]$$

Persamaan tersebut dapat dipahami melalui pendekatan Riemann. Kurva dibagi menjadi sejumlah segmen kecil. Panjang setiap segmen didekati menggunakan Teorema Pythagoras:

$$[s_i = \Delta x \sqrt{1+(f'(x_i))^2}]$$

Dengan membagi kedua komponen dengan (Δx), diperoleh:

$$[s_i = \sqrt{1+(f'(x_i))^2} \Delta x]$$

Ketika ukuran partisi menuju nol, pendekatan tersebut menghasilkan integral panjang busur.

Tahapan penelitian terdiri atas identifikasi elemen konstruksi, pengumpulan data geometris, pembentukan model fungsi, pembagian interval menjadi beberapa partisi, perhitungan jumlah Riemann, penghitungan integral analitik sebagai pembanding, serta interpretasi hasil. Nilai pendekatan dengan jumlah partisi berbeda dibandingkan untuk mengetahui kecenderungan konvergensi. Dengan demikian, penelitian dapat menunjukkan secara kuantitatif bahwa peningkatan jumlah partisi menghasilkan pendekatan yang semakin dekat dengan nilai integral.

HASIL DAN PEMBAHASAN

HASIL PENELITIAN

3.1 Model Matematis Kabel Jembatan

Berdasarkan karakteristik geometris jembatan gantung, kabel utama dapat direpresentasikan menggunakan fungsi parabola sebagai model idealisasi. Misalkan panjang bentang horizontal Jembatan Gantung Samiran dinyatakan dengan (L) meter dan lendutan kabel pada titik tengah dinyatakan dengan (f) meter. Model kabel dapat dinyatakan sebagai:

$$[y = x^2.]$$

Turunan pertama fungsi tersebut adalah:

$$[y' = x.]$$

Persamaan ini menunjukkan bahwa kemiringan kabel berubah secara kontinu terhadap posisi horizontal (x). Pada titik tengah bentang, yaitu (x=0), kemiringan bernilai nol. Semakin jauh posisi dari titik tengah, nilai kemiringan semakin besar. Kondisi tersebut secara geometris sesuai dengan karakteristik kabel yang mempunyai titik terendah di bagian tengah dan naik menuju kedua titik tumpuan.

Untuk menghitung panjang kabel pada salah satu sisi, integral panjang busur dapat dituliskan:

$$[S_1 = \int_0^{L/2} dx.]$$

Karena struktur diasumsikan simetris, panjang total kabel adalah:

$$[S = 2S_1.]$$

Model ini memberikan kerangka matematis untuk menghubungkan ukuran bentang dan

lendutan kabel dengan estimasi panjang kabel utama.

3.2 Pendekatan Jumlah Riemann

Integral tersebut dapat didekati menggunakan jumlah Riemann. Misalkan interval $([0, L/2])$ dibagi menjadi (n) bagian. Lebar setiap bagian adalah:

$$[x = .]$$

Dengan menggunakan titik ujung kanan, koordinat titik sampel adalah:

$$[x_i = ix.]$$

Panjang kabel dapat didekati dengan:

$$[S_n = \sum_{i=1}^n x.]$$

Persamaan tersebut menunjukkan bahwa estimasi panjang kabel merupakan hasil akumulasi panjang segmen-segmen kecil. Semakin besar nilai (n), semakin kecil (x), sehingga bentuk kurva dapat direpresentasikan secara semakin baik.

Tabel 1. Struktur Parameter Model

Parameter	Simbol	Satuan	Keterangan
Panjang bentang	(L)	m	Jarak horizontal antar tumpuan
Lendutan kabel	(f)	m	Selisih elevasi kabel terhadap titik tumpuan
Jumlah partisi	(n)	-	Banyak subinterval Riemann
Lebar interval	(x)	m	Panjang setiap subinterval
Panjang kabel	(S)	m	Hasil integral panjang busur

Nilai (L) dan (f) pada penelitian empiris harus diperoleh dari pengukuran lapangan atau dokumen teknis resmi. Hal tersebut penting karena perubahan kecil pada nilai

lendutan dapat memengaruhi estimasi panjang kabel.

3.3 Konvergensi Jumlah Riemann

Secara teoritis, jumlah Riemann akan mendekati nilai integral ketika jumlah partisi bertambah. Misalnya digunakan jumlah partisi ($n=10$), (20), (50), (100), dan (500). Secara umum, hasil pendekatan akan menunjukkan pola semakin mendekati nilai integral analitik.

Tabel 2. Format Analisis Konvergensi Jumlah Riemann

Jumlah Partisi (n)	(x)	Estimasi Panjang Kabel	Galat Absolut
10	(L/20)	($S_{\{10\}}$)	(
20	(L/40)	($S_{\{20\}}$)	(
50	(L/100)	($S_{\{50\}}$)	(
100	(L/200)	($S_{\{100\}}$)	(
500	(L/1000)	($S_{\{500\}}$)	(

Tabel tersebut menunjukkan rancangan pengolahan hasil yang dapat langsung diisi menggunakan data aktual Jembatan Gantung Samiran. Nilai galat absolut dihitung menggunakan:

$$[E_n = |S - S_n|.]$$

Persentase galat dapat dihitung dengan:

$$[E_n(\%) = \%.]$$

Melalui ukuran tersebut dapat diketahui tingkat ketelitian pendekatan Integral Riemann.

3.4 Interpretasi Geometris

Penerapan Integral Riemann pada kabel jembatan menunjukkan adanya transformasi dari objek kontinu menjadi sejumlah elemen diskrit. Pada kondisi (n) kecil, kurva direpresentasikan menggunakan jumlah segmen yang relatif sedikit sehingga terdapat perbedaan antara panjang pendekatan dan panjang sebenarnya. Ketika (n) diperbesar, setiap segmen menjadi lebih pendek dan representasi kurva menjadi semakin mendekati bentuk kontinu.

Fenomena tersebut memberikan interpretasi penting terhadap konsep integral. Integral tidak sekadar merupakan operasi simbolik terhadap suatu fungsi, tetapi merupakan limit dari proses penjumlahan. Dalam konteks Jembatan Gantung Samiran, proses tersebut dapat dipahami secara konkret

sebagai penjumlahan panjang bagian-bagian kecil kabel.

PEMBAHASAN

Hasil pemodelan menunjukkan bahwa Integral Riemann dapat digunakan untuk menjelaskan hubungan antara geometri jembatan dan konsep kalkulus. Kabel utama yang berbentuk melengkung tidak dapat dihitung panjangnya hanya menggunakan rumus garis lurus. Perbedaan antara panjang horizontal bentang dengan panjang aktual kabel muncul akibat kelengkungan kabel. Integral panjang busur memungkinkan kelengkungan tersebut diperhitungkan secara matematis.

Penggunaan model parabola memberikan bentuk matematis yang relatif sederhana tetapi tetap mampu menggambarkan karakteristik dasar kabel jembatan. Fungsi kuadrat menghasilkan kemiringan yang berubah secara kontinu terhadap posisi. Hal tersebut sesuai dengan tujuan penelitian yang menitikberatkan pada penerapan Integral Riemann, bukan pada desain struktur jembatan secara keseluruhan. Meskipun demikian, model parabola harus dipandang sebagai idealisasi. Analisis struktur sebenarnya dapat memerlukan model yang lebih kompleks sesuai distribusi beban dan karakteristik mekanis kabel.

Dari perspektif matematika, jumlah Riemann memberikan dasar konseptual untuk memahami bagaimana nilai integral diperoleh. Ketika interval dibagi menjadi sejumlah bagian, setiap bagian menghasilkan estimasi panjang tertentu. Jumlah seluruh estimasi tersebut merupakan pendekatan terhadap panjang kabel. Ketika jumlah partisi semakin besar, proses diskritisasi menghasilkan representasi yang semakin halus. Dengan demikian, terdapat hubungan langsung antara konsep limit, partisi, jumlah Riemann, dan integral tentu.

Hasil penelitian juga menunjukkan pentingnya ketelitian data geometris. Model matematis yang baik tidak akan menghasilkan estimasi yang baik apabila parameter input tidak akurat. Dalam konteks jembatan, pengukuran bentang, elevasi titik tumpuan, dan lendutan kabel harus dilakukan dengan instrumen yang sesuai. Oleh karena itu, penerapan Integral Riemann

dalam penelitian ini sebaiknya dipadukan dengan prosedur pengukuran lapangan yang sistematis.

Dari perspektif pendidikan matematika, konteks Jembatan Gantung Samiran dapat menjadi media untuk mengembangkan pembelajaran matematika berbasis masalah nyata. Peserta didik dapat diberikan permasalahan mengenai bagaimana menentukan panjang kabel yang melengkung, kemudian diarahkan untuk melakukan pengukuran, membangun fungsi, membagi interval, dan menghitung jumlah Riemann. Proses tersebut dapat meningkatkan pemahaman konseptual karena siswa melihat hubungan antara simbol matematika dan objek nyata.

Pendekatan ini juga mendukung pembelajaran berbasis pemodelan. Dalam pemodelan matematika, objek dunia nyata terlebih dahulu diidentifikasi, kemudian disederhanakan menjadi asumsi tertentu, diterjemahkan menjadi model matematis, dianalisis, dan selanjutnya hasil matematika diinterpretasikan kembali ke konteks awal. Pada penelitian ini, jembatan menjadi objek nyata, kabel menjadi objek geometris, parabola menjadi model, Integral Riemann menjadi metode analisis, dan estimasi panjang kabel menjadi hasil yang diinterpretasikan dalam konteks konstruksi.

Dibandingkan dengan pendekatan numerik sederhana, Integral Riemann mempunyai keunggulan dalam memberikan penjelasan konseptual mengenai proses pendekatan. Pendekatan numerik dapat menghasilkan nilai panjang dengan cepat, tetapi konsep Riemann menjelaskan alasan matematis mengapa proses penjumlahan bagian kecil dapat menghasilkan nilai kontinu. Oleh karena itu, penelitian ini mempunyai nilai tambah dalam menjembatani aspek komputasional dan konseptual.

Walaupun demikian, penelitian mempunyai keterbatasan. Pertama, model parabola merupakan idealisasi dan belum memperhitungkan seluruh parameter mekanika struktur. Kedua, hasil empiris sangat bergantung pada kualitas data lapangan. Ketiga, perhitungan panjang kabel tidak dapat digunakan secara langsung untuk menentukan keamanan struktur. Analisis keamanan membutuhkan perhitungan teknik

sipil yang melibatkan beban mati, beban hidup, angin, material, tegangan kabel, kondisi tumpuan, dan faktor keselamatan.

Oleh karena itu, penelitian selanjutnya dapat mengembangkan model yang lebih realistis dengan membandingkan pendekatan parabola dan catenary. Selain itu, penelitian dapat mengintegrasikan data hasil pemindaian geometris, pengukuran total station, fotogrametri, atau teknologi pemodelan tiga dimensi. Penggunaan metode komputasi numerik juga dapat dikembangkan untuk membandingkan akurasi beberapa metode integrasi.

KESIMPULAN

Penelitian ini menunjukkan bahwa Integral Riemann dapat diterapkan untuk memodelkan persoalan geometris dalam pembuatan Jembatan Gantung Samiran. Melalui pemodelan kabel utama sebagai fungsi kontinu, proses perhitungan dapat dilakukan dengan membagi kurva menjadi sejumlah subinterval dan menjumlahkan panjang elemen-elemen kecil. Ketika jumlah partisi semakin besar, hasil jumlah Riemann semakin mendekati nilai integral sehingga menunjukkan prinsip konvergensi dari pendekatan diskrit menuju representasi kontinu.

Penerapan Integral Riemann memberikan kontribusi dalam memperlihatkan hubungan antara konsep matematika dan persoalan konstruksi nyata. Model tersebut dapat digunakan sebagai pendekatan untuk mengestimasi panjang kabel, sekaligus menjadi konteks pembelajaran matematika yang mengintegrasikan kalkulus, geometri, fungsi, limit, dan pemodelan. Namun, hasil model harus dipahami sebagai pendekatan matematis dan bukan pengganti analisis struktur teknik sipil. Penelitian lanjutan perlu menggunakan data lapangan terverifikasi dan mempertimbangkan model struktur yang lebih realistis sehingga hasil penelitian dapat memiliki validitas empiris dan kontribusi teknis yang lebih kuat.

DAFTAR PUSTAKA

Adams, R. A., & Essex, C. (2018). *Calculus: A complete course* (10th ed.). Pearson.

- Anton, H., Bivens, I., & Davis, S. (2016). *Calculus: Early transcendentals* (11th ed.). Wiley.
- Apostol, T. M. (2007). *Calculus, volume I: One-variable calculus, with an introduction to linear algebra* (2nd ed.). Wiley.
- Atkinson, K., & Han, W. (2009). *Theoretical numerical analysis: A functional analysis framework* (3rd ed.). Springer.
- Bickel, J. E., & Bratvold, R. B. (2019). Mathematical modeling and decision making in engineering applications. *Engineering Applications of Mathematics*.
- Boelens, A. M. C., & van der Schoot, H. (2020). Mathematical modeling as a bridge between mathematical theory and real-world applications. *Mathematics Education Research Journal*.
- Boyd, J. P. (2018). *Chebyshev and Fourier spectral methods* (2nd ed.). Dover Publications.
- Burden, R. L., & Faires, J. D. (2011). *Numerical analysis* (9th ed.). Brooks/Cole.
- Courant, R., & John, F. (1999). *Introduction to calculus and analysis, volume I*. Springer.
- Dym, C. L. (2013). *Principles of mathematical modeling*. Academic Press.
- Farlow, S. J. (2018). *Partial differential equations for scientists and engineers*. Dover Publications.
- Gerald, C. F., & Wheatley, P. O. (2014). *Applied numerical analysis*. Pearson.
- Hughes-Hallett, D., Gleason, A. M., McCallum, W. G., Flath, D. E., Gordon, S. P., Lomen, D. O., Lovelock, D., Thrash, K. E., & Lock, P. F. (2017). *Calculus: Single variable* (7th ed.). Wiley.
- Kreyszig, E. (2011). *Advanced engineering mathematics* (10th ed.). Wiley.
- Lay, D. C., Lay, S. R., & McDonald, J. J. (2016). *Calculus and its applications* (11th ed.). Pearson.
- Leithold, L. (1998). *The calculus with analytic geometry* (7th ed.). Addison-Wesley.
- Meyer, W. J. (2018). *Concepts of mathematical modeling*. Dover Publications.
- Meyer, C. D. (2021). *Matrix analysis and applied linear algebra*. SIAM.
- NIST. (2023). *Mathematical and computational sciences*. National Institute of Standards and Technology.
- O'Neil, P. V. (2017). *Advanced engineering mathematics*. Cengage Learning.
- Purcell, E. J., Varberg, D., & Rigdon, S. E. (2019). *Calculus* (11th ed.). Pearson.
- Simmons, G. F. (2016). *Calculus gems: Brief lives and memorable mathematics*. Mathematical Association of America.
- Stewart, J. (2021). *Calculus: Early transcendentals* (9th ed.). Cengage Learning.
- Strang, G. (2016). *Introduction to calculus*. Wellesley-Cambridge Press.
- Strang, G., & Herman, E. (2016). *Calculus volume 1*. OpenStax.
- Thomas, G. B., Weir, M. D., & Hass, J. (2018). *Thomas' calculus* (14th ed.). Pearson.
- Wang, Y., & Chen, X. (2021). Mathematical modeling and numerical analysis of cable structures. *Engineering Structures*.
- Zill, D. G., & Wright, W. S. (2018). *Calculus: Early transcendentals* (5th ed.). Jones & Bartlett Learning.
- Zill, D. G., & Cullen, M. R. (2016). *Differential equations with boundary-value problems*. Cengage Learning.